

लोक शिक्षण संचालनालय, मध्यप्रदेश, भोपाल

नेशनल एचीवमेंट सर्वे (NAS) 2021 की तैयारी हेतु

टीचर्स हैण्डबुक

कक्षा – दसवीं

विषय – गणित

NAS परिचय

NAS विद्यालयों में सीखने के आंकलन के लिए राष्ट्र स्तर पर विकसित एक राष्ट्र व्यापी सर्वेक्षण कार्यक्रम है। इसके तहत कक्षा 3, 5, 8 व 10 के विद्यार्थियों के सीखने के स्तर एवं शैक्षणिक उपलब्धि का मूल्यांकन करने हेतु प्रत्येक 03 वर्ष के अंतराल पर सर्वे आयोजित किया जाता है।

पूर्व में यह सर्वे 2017 में आयोजित किया गया था। इस वर्ष NAS सर्वे 12 नवम्बर 2021 को आयोजित होना है। यह सर्वे हिन्दी, अंग्रेजी, गणित, विज्ञान तथा सामाजिक विज्ञान विषयों में किया जाएगा। NCERT द्वारा सभी विषयों के लर्निंग आउटकम्स जारी किए गए हैं। इन्हीं लर्निंग आउटकम्स पर यह टेस्ट आधारित होगा।

NAS के उद्देश्य :

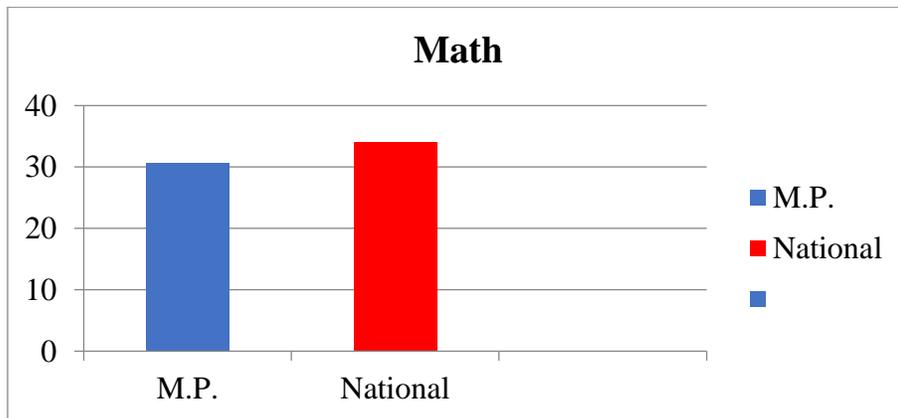
NAS के अंतर्गत देश/प्रदेशों के शासकीय और शासकीय सहायता प्राप्त अशासकीय विद्यालयों में पढ़ रहे विद्यार्थियों के सीखने की उपलब्धियों का आंकलन किया जाता है। इसके आधार पर भविष्य में विद्यालयों और शिक्षकों की शैक्षणिक आवश्यकताओं को ध्यान में रखते हुए शैक्षणिक नीतियां और कार्यक्रम तैयार करते हुए विद्यार्थियों के सीखने के स्तर में सुधार लाने हेतु निम्नानुसार प्रयास किये जा सकेंगे—

1. विद्यार्थियों के सीखने के अधिगमों की प्राप्ति हेतु
2. विद्यार्थियों के लर्निंग गैप की पहचान करने हेतु
3. शिक्षकों के प्रोफेशनल डेवलपमेंट हेतु
4. गुणवत्ता शिक्षा के लिए कार्यक्रम तैयार करने हेतु
5. कक्षा शिक्षण में सहायता करने हेतु

To provide structured feedback on student learning levels at District, State, and national levels. These inputs are used for policy planning and designing pedagogical interventions to improve quality and ensure equity in learning.

विगत सर्वे में प्रदेश की स्थिति : पिछले सर्वे में मध्यप्रदेश की स्थिति आशा अनुरूप नहीं रही। केवल हिन्दी विषय में ही प्रदेश का प्रदर्शन संतोषजनक था। अन्य विषयों में प्रदेश के विद्यार्थियों का औसत राष्ट्रीय औसत से कम था इससे पता चलता है कि प्रदेश के विद्यार्थियों में विषयवार अवधारणाओं की समझ विकसित नहीं हो पायी है। इससे यह भी पता चलता है कि विद्यार्थी सीखी हुई अवधारणाओं का उपयोग अपने दैनिक जीवन की समस्याओं को हल करने में नहीं कर पा रहे हैं।

गणित में विद्यार्थियों के स्कोर का प्रदेश का औसत 30.7 था जबकि राष्ट्रीय औसत 34 था, जो निम्नानुसार है।



अतः यह जरूरी है कि विद्यार्थियों में निर्धारित लर्निंग कॉम्पेटेन्सी (दक्षताओं) के अनुसार विषयवार अवधारणाओं की सही समझ विकसित की जाए। इसके लिए जरूरी है कि विद्यार्थियों को इस वर्ष के सर्वे के लिए बेहतर तरीके से तैयार किया जाए।

NAS परीक्षा 2021 की तैयारी हेतु प्रैक्टिस टेस्ट की रूपरेखा :

NAS परीक्षा के आयोजन के पूर्व विद्यार्थियों को NAS परीक्षा के पैटर्न से अवगत कराने हेतु तीन प्रैक्टिस टेस्ट आयोजित कराए जाने के निर्देश दिए गए थे। अभी तक एक प्रैक्टिस टेस्ट दिनांक 11 से 16 सितंबर के मध्य आपके द्वारा करवाया गया होगा। प्रथम टेस्ट में शिक्षकों की महत्वपूर्ण भूमिका थी। आशा है आपके द्वारा संचालनालय के पत्र दिनांक 7.9.2021 अनुसार कार्यवाही की गई होगी। आगामी कार्यक्रम निम्नानुसार है :

आगामी प्रैक्टिस टेस्ट का विवरण :

प्रैक्टिस टेस्ट	टेस्ट की तिथि	प्रत्येक विषय के प्रैक्टिस टेस्ट पेपर में प्रश्नों की संख्या
प्रैक्टिस टेस्ट द्वितीय	07.10.2021 से 12.10.2021	70
प्रैक्टिस टेस्ट तृतीय	28.10.2021 से 30.10.2021 एवं 8 एवं 9 नवंबर	70

प्रैक्टिस टेस्ट की समय-सारणी :

द्वितीय प्रैक्टिस टेस्ट दिनांक	तृतीय प्रैक्टिस टेस्ट दिनांक	विषय
07-10-2021	28-10-2021	अंग्रेजी
08-10-2021	29-10-2021	गणित
09-10-2021	30-10-2021	विज्ञान
11-10-2021	8-11-2021	हिन्दी
12-10-2021	9-11-2021	सामाजिक विज्ञान

दूसरा प्रैक्टिस टेस्ट और तीसरा प्रैक्टिस टेस्ट पेपर विवरण :

1. NAS हेतु दूसरा और तीसरा प्रैक्टिस टेस्ट पेपर विद्यार्थियों से हल कराया जाएगा।
2. दोनों प्रैक्टिस टेस्ट के मुद्रित टेस्ट पेपर विद्यालयों को जिला शिक्षा अधिकारी द्वारा प्रदाय कराए जाएंगे।
3. विद्यार्थियों के दूसरे और तीसरे प्रैक्टिस टेस्ट पेपर का समय प्रातः 10:30 बजे से दोपहर 12:30 बजे तक उपरोक्त निर्धारित दिनाकों को समय सारणी अनुसार आयोजित किए जाएंगे।

4. दूसरे और तीसरे प्रैक्टिस टेस्ट पेपर के निर्धारित दिनांकों में कराने के पश्चात दोपहर 1:00 बजे से 4:00 बजे तक संबंधित विषय शिक्षक द्वारा विद्यार्थियों को सही उत्तर बताते हुए उत्तरों की जाँच कराई जाएगी और सही हल करने की विधि समझाई जाएगी।
5. सभी विषयों के प्रैक्टिस टेस्ट पेपर में सभी विद्यार्थी सम्मिलित होंगे।
6. शिक्षक और प्राचार्य सुनिश्चित करें कि सभी विद्यार्थी प्रैक्टिस टेस्ट में उपस्थित रहें।
7. प्रैक्टिस टेस्ट पेपर में सभी प्रश्न वस्तुनिष्ठ (बहुविकल्पीय) होंगे।
8. प्रश्न पत्र में पूछे गए प्रश्नों के उत्तर प्रश्न पत्र में ही सही विकल्प पर
√ (सही) चिन्ह लगाकर दिये जाएंगे।

नेशनल अचीवमेंट सर्वे –2021 का स्वरूप

- NAS के प्रत्येक विषय के प्रश्न पत्र में 35 प्रश्न पूछे जाएंगे। जो विगत 2017 के टेस्ट पेपर से लिए जाएंगे।
- पूर्व में प्रेषित प्रथम प्रैक्टिस टेस्ट पेपर और उसके उत्तर (आन्सर की) दिये गये हैं जो NAS 2017 के प्रश्नपत्रों पर आधारित था।
- ऐसी संभावना है कि NAS 2017 के प्रश्न पत्र से NAS 2021 के टेस्ट पेपर्स में प्रति विषय 07 प्रश्न दिए जा सकते हैं।
- प्रैक्टिस टेस्ट में से प्रति विषय 02 प्रश्न डिजीलेप के माध्यम से भी प्रति दिवस विद्यार्थियों को अभ्यास हेतु अलग से उपलब्ध कराए जाएंगे।
- लर्निंग आउटकम्स पर विद्यार्थियों का असेसमेंट किया जाएगा।

NAS गणित के विषय क्षेत्र (डोमेन)

Domain (डोमेन)	Sub-Domain(सब-डोमेन)
Mathematics (गणित)	Number System (संख्या पद्धति)
	Algebra (बीजगणित)
	Trigonometry (त्रिकोणमिति)
	Coordinate Geometry (निर्देशांक ज्यामिति)
	Geometry (ज्यामिति)
	Mensuration (क्षेत्रमिति)
	Statistics and Probability (सांख्यिकी एवं प्रायिकता)

स्ट्रैंड (संज्ञानात्मक जटिलता)
सिंगल प्रोसेसिंग स्टेप को पहचानता और लागू करता है
-किसी दिए गए पैटर्न की व्याख्या, लिंक और एकीकृत और एक्सपेरिमेंट करता है
-सामान्यीकरण, तर्क, वृद्धि और प्रक्रिया के लिए कई कदम लागू होता है
लर्निंग आउटकम (एनसीईआरटी)
-एनेक्सचर बी

सीखने के प्रतिफल (Learning Outcomes)

सीखने के प्रतिफल	विवरण
M1001	संख्याओं और उनके बीच संबंधों के परिणामों को विकसित करने के लिए पहले अध्ययन करता है, जैसे कि, यूक्लिड के डिवीजन एल्गोरिथम, अंकगणित के मौलिक प्रमेय और वास्तविक जीवन संदर्भों से संबंधित समस्याओं को हल करने के लिए उन्हें लागू करता है
M1002	एक बहुपद के शून्यक खोजने के लिए बीजगणितीय और ग्राफिकल तरीकों के बीच संबंध विकसित करता है
M1003	ग्राफिकल और विभिन्न बीजगणितीय विधियों का उपयोग करके दो चर में रैखिक समीकरणों 4 के युग्म के हल ज्ञात करता है
M1004	मूलों को ज्ञात करने और एक द्विघात समीकरण के मूलों की प्रकृति का निर्धारण करने की विधियों का प्रदर्शन करता है
M1005	दैनिक जीवन स्थितियों के लिए समांतर श्रेणी (A.P) की अवधारणा को लागू करने के लिए तरीकों को विकसित करता है सर्वांगसम और समरूप आकृतियों के बीच अंतर करने के तरीकों पर काम करता है
M1006	दो त्रिभुजों की समरूपता के लिए विभिन्न ज्यामितीय मानदंडों का उपयोग करके तार्किक रूप से गुणों को स्थापित करता है, जैसे कि आधारभूत आनुपातिकता प्रमेय, आदि
M1007	निर्देशांक तल के सन्दर्भ में ज्यामितीय आकृतियों के संबंध स्थापित करने के लिए सूत्र व्युत्पन्न करता है, जैसे, दो दिए गए बिन्दुओं के बीच की दूरी का पता लगाना, किन्हीं दो बिन्दुओं के बीच एक बिंदु के निर्देशांक निर्धारित करना, एक त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करना आदि
M1008	किसी दिए गए न्यूनकोण (एक समकोण त्रिभुज के) के संबंध में सभी त्रिकोणमितीय अनुपातों को निर्धारित करता है और दैनिक जीवन के संदर्भों में समस्याओं को हल करने में उनका उपयोग करता है जैसे विभिन्न संरचनाओं की ऊँचाई या उनसे दूरी का पता लगाना
M1009	वृत्त के स्पर्श रेखा से संबंधित प्रमेय को सिद्ध करता है

M1010	ज्यामितीय रचनाओं के चरणों की जाँच करता है और प्रत्येक चरण का कारण बताता है।
M1011	बेलन और एक शंकु, बेलन और अर्धगोला, आदि के संयोजन, विभिन्न घनों (cubes) के संयोजन, के विभिन्न ठोसों के लिए उन्हें विजुअलाइज करके उनके पृष्ठ क्षेत्रफल और आयतन ज्ञात करता है।
M1012	वास्तविक जीवन सन्दर्भों से संबंधित डेटा के विभिन्न प्रकारों के लिए माध्य, माध्यिका और बहुलक की गणना करता है।

M1001	Generalises properties of numbers and relations among them studied earlier to evolve results, such as, Euclid's division algorithm, Fundamental Theorem of Arithmetic and applies them to solve problems related to real life contexts.
M1002	Develops a relationship between algebraic and graphical methods of finding the zeroes of a polynomial
M1003	Finds solutions of pairs of linear equations in two variables using graphical and different algebraic methods.
M1004	Demonstrates strategies of finding roots and determining the nature of roots of a quadratic equation.
M1005	Develops strategies to apply the concept of A.P. to daily life situations. Works out ways to differentiate between congruent and similar figures.
M1006	Establishes properties for similarity of two triangles logically using different geometric criteria established earlier such as, Basic Proportionality Theorem, etc.
M1007	Derives formulae to establish relations for geometrical shapes in the context of a coordinate plane, such as, finding the distance between two given points, to determine the coordinates of a point between any two given points, to find the area of a triangle etc.
M1008	Determines all trigonometric ratios with respect to a given acute angle (of a right triangle) and uses them in solving problems in daily life contexts like finding heights of different structures or distance from them.
M1009	Derives proofs of theorems related to the tangents of circles.
M1010	Examines the steps of geometrical constructions and reason out each step

M1011	Finds surface areas and volumes of objects in the surroundings by visualising them as a combination of different solids like cylinder and a cone, cylinder and a hemisphere, combination of different cubes, etc.
M1012	Calculates mean, median and mode for different sets of data related with real life

विषय / क्षेत्र	कक्षा 10 के लर्निंग आउटकम्स
हिन्दी	1
गणित	12
विज्ञान	10
समाजिक विज्ञान	12
अंग्रेजी	1
कुल	36

प्रश्नपत्र का स्वरूप

सर्वे के प्रश्नपत्र 5 सेट में होंगे प्रत्येक सेट में 2 विषय होंगे। किसी भी विद्यार्थी को कोई भी सेट मिल सकता है। सेट किस तरह के होंगे यह नीचे दिया गया है। प्रत्येक सेट में प्रत्येक विषय में 7 एंकर प्रश्न होंगे। एंकर प्रश्न का तात्पर्य यह है कि विगत नेशनल अचीवमेंट सर्वे में जो टेस्ट पेपर दिया गया था उस टेस्ट पेपर में से प्रत्येक विषय में 7 प्रश्न रिपीट होंगे। प्रथम टेस्ट पेपर आप सभी विद्यार्थियों को समझाया था। उसी प्रश्न पत्र में से प्रत्येक विषय में 7 प्रश्न आएंगे। अतः यह आवश्यक है कि पूर्व प्रश्नपत्र को विद्यार्थियों को ध्यान से समझाकर हल करवाया जाए। एक सेट में दिए गए 70 प्रश्नों के उत्तर 120 मिनट यानी 2 घंटे में हल करना होगा।

दिनांक – 12 नवंबर 21

समय – 10.30 से 12.30

Class 10	Set 1			Set 2			Set 3		
	Area	New	Anchor	Area	New	Anchor	Area	New	Anchor
Sub 1	Lang- A -Hindi	28	7	Mat- B	28	7	Sci-A	28	7
Sub 2	Mat-A	28	7	Social-A	28	7	Eng-A	28	7
	Total	56	14	Total	56	14	Total	56	14
		70			70			70	

Class 10	Set 4			Set 5		
	Area	New	Anchor	Area	New	Anchor
Sub 1	Social- B	28	7	Lang- B Hindi	28	7
Sub2	Eng-B	28	7	Sci-B	28	7
	Total	56	14	Total	56	14
		70			70	

महत्वपूर्ण बिन्दु :

1. शिक्षक इस हैण्डबुक में दिए गए निर्देशों का पालन करते हुए अभ्यास टेस्ट कराएंगे। सभी प्रैक्टिस टेस्ट पेपर में वस्तुनिष्ठ प्रकार के ही प्रश्न होंगे।
2. सभी प्रैक्टिस टेस्ट पेपर के प्रश्न में 04 विकल्प होंगे इनमें से सही उत्तर पर विद्यार्थी सही (✓) चिन्ह लगाकर उत्तर देगा।
3. NAS में पूछे जाने वाले प्रश्न उच्च स्तरीय क्षमताओं जैसे विश्लेषण, तार्किक चिंतन और सीखने के प्रतिफल जांचने की प्रकृति के होंगे।
4. सभी शिक्षक लर्निंग आउटकम्स के आधार पर विद्यार्थियों की तैयारी कराएं। विस्तृत लर्निंग आउटकम्स एवं मॉक टेस्ट हेतु प्रश्नपत्र संलग्न हैं। इन्हें अच्छी तरह से पढ़कर पढाए जाने वाले टॉपिक के साथ मेप करके पढाएं।

गणित सीखने के प्रतिफल

परिचय

गणित की शिक्षा का मुख्य लक्ष्य बच्चों में गणित को पूरी तरह समझने की सामर्थ्य विकसित करना है। गणित की पाठ्यचर्या के दो सरोकार हैं— गणित की शिक्षा प्रत्येक विद्यार्थी के मस्तिष्क को व्यस्त रखने में तथा उसको समालोचनात्मक और रचनात्मक बनाने में उस विद्यार्थी के आंतरिक संसाधनों को विकसित करने हेतु क्या कर सकती है?

माध्यमिक स्तर वह स्तर है, जहाँ गणित विद्यार्थियों के सामने एक शैक्षिक विषय के रूप में आता है तथा वह गणित की संरचना को समझना प्रारम्भ कर देते हैं। इसके लिए पाठ्यचर्या में तर्कसंगतता और उपपत्तियों की धारणाएँ केंद्रीय विषय हो जाती हैं। गणित की शब्दावली अत्यधिक शैली-आधारित, स्वयं सचेत तथा दृढ़तापूर्ण होती है। विद्यार्थी सीखता है कि किसी ढाँचे (सिद्धांत) का निर्माण किस प्रकार होता है तथा किसी प्रमेय को सिद्ध करने के लिए, जिसका उपयोग बाद में अन्य प्रमेयों को सिद्ध करने में किया जाता है, ऐसे कथनों का उपयोग करते हुए, जिनका औचित्य सिद्ध हो चुका है, किस प्रकार तर्कों की संरचना की जाती है।

माध्यमिक स्तर पर प्रयोगीकरण तथा अन्वेषण पर विशेष बल देना अहम हो जाता है। गणित प्रयोगशालाएँ हाल ही की एक परिघटना हैं, जिसके भविष्य में प्रसारित होने की अधिक अपेक्षा है। प्रायोगिक गणित में किए गए कार्यों से विद्यार्थियों को गणित सीखने में काफ़ी सहायता मिलती है।

इसलिए इस स्तर पर यह आवश्यक है कि पैटर्नों से प्राप्त अनुमानों (*Conjectures*) के अन्वेषण, प्रयोग, सत्यापन और उनको सिद्ध करने के माध्यम से पाठ्यचर्या को उच्चतर स्तरों के गणित अधिगम परिणामों को अन्य विषयों के बीच संबंधों की कल्पना करना विद्यार्थियों से अपेक्षित है। इस प्रकार, इस स्तर पर गणित के अधिगम के विकास पर केंद्रित होना चाहिए। गणित के विभिन्न क्षेत्रों के बीच संबंधों की कल्पना करना विद्यार्थियों से अपेक्षित है। इस प्रकार, इस स्तर पर गणित के अधिगम परिणामों को अन्य विषयों के साथ एकीकृत रूप में देखना चाहिए, जैसे— संख्या, ज्यामिति से संबंधित है (संख्या रेखा पर बिंदु और वास्तविक संख्याएँ)। साथ ही, इनको विज्ञान और सामाजिक विज्ञान तथा बाद में समस्या हल करने के कौशल के साथ भी एकीकृत होना चाहिए।

प्रायः बच्चों का आकलन कागज़-पेंसिल की परीक्षाओं द्वारा किया जाता है, जिनमें बिना किसी उचित विश्लेषण के, एक विशेष प्रकार के प्रश्न सम्मिलित किए जाते हैं। यह नहीं देखा जाता कि किसी विशिष्ट कक्षा के बच्चों की समझ का स्तर इन प्रश्नों का आकलन करने में समर्थ है या नहीं। अनेक बच्चों के लिए गणित का अधिगम एक पाठ्यपुस्तक में दी हुई समस्याओं को हल करने तक ही सीमित रहता है तथा वह भी सीमित एल्गोरिथ्म/प्रक्रियाओं के साथ।

परंतु विद्यार्थियों को विभिन्न प्रक्रियाओं का क्रांतिक रूप से विश्लेषण करने तथा नवीनतम एल्गोरिथ्म की रचना करने के लिए योग्य और सक्षम होना चाहिए।

इस दस्तावेज़ में उन क्षमताओं और कौशलों के संदर्भ में अधिगम परिणामों पर बल दिया गया है, जिनको कक्षाओं 9 और 10 में प्रत्येक बच्चे को प्राप्त होने की उम्मीद की जाती है। इसलिए विद्यार्थियों को गणित तथा अन्य क्षेत्रों में अधिगम परिणामों को प्राप्त करने के लिए अवसर प्रदान किए जाने चाहिए। इस अनुभाग में गणित को समग्र अंतर्दृष्टि गणित पाठ्यचर्या से उम्मीदें, विभिन्न प्रकार के सुझाए गए शिक्षाशास्त्र के साथ अधिगम परिणामों के बारे में बताया गया है। ये सुझाई गई शिक्षाशास्त्र संबंधित प्रक्रियाएँ तथा क्रियाकलाप केवल प्रदर्शकों के रूप में प्रस्तुत किए गए हैं। प्रयोक्ता किसी दी हुई स्थिति में कुछ और प्रक्रियाओं के बारे में सोच सकते हैं।

आगे माध्यमिक स्तर पर विद्यार्थी गणित की संरचना को एक विषय के रूप में अनुभव प्रारंभ कर देते हैं। वे गणितीय संचार की विशेषताओं— सावधानीपूर्वक परिभाषित शर्तों और अवधारणाओं, उनका प्रतिनिधित्व करने के लिए प्रतीकों का उपयोग, बारीकी से प्रस्तावित साध्य और उन्हें उचित ठहराने वाली उपपत्तियों से परिचित हो जाते हैं। इस प्रकार वे एक विशेष भाषा को अपनाते हैं जो एक विचार माध्यम के रूप में कार्य करता है। जिसमें शब्दों का संयोजन, तार्किक तर्क, सूत्र आदि शामिल होते हैं। इन पहलुओं को विशेष रूप से ज्यामिती के क्षेत्र में विकसित किया गया है। छात्र इन पहलुओं को बीजगणित के साथ विकसित करते हैं, जो न केवल गणित के अनुप्रयोगों में महत्वपूर्ण हैं बल्कि गणित के अंदर भी औचित्य और उपपत्ति प्रदान करने में महत्वपूर्ण हैं। इस स्तर पर विद्यार्थी सीखी गई अवधारणाओं और कौशलों को समस्या सुलझाने की क्षमता में एकीकृत करते हैं।

पाठ्यक्रम से अपेक्षाएँ

इस चरण पर विद्यार्थियों से इनकी क्षमता और मनोवृत्ति के विकास की अपेक्षा की जाती है

- प्रक्रियाओं के ज्ञान (औपचारिक और यांत्रिक) के स्थान पर गणितीयकरण की संकल्पनाओं को समझना (तार्किक रूप से सोचने, सूत्रित करने तथा अमूर्त तथ्यों को संभालने की सामर्थ्य)।
- गणितीय शब्दावली का चयन एवं क्रियान्वयन।
- अभी तक सीखी गई संकल्पनाओं का समेकन और व्यापीकरण सीखना।
- गणितीय कथनों को समझना और उन्हें सिद्ध करना।
- विज्ञान और सामाजिक विज्ञान जैसे अन्य क्षेत्रों से आने वाली समस्याओं का समाधान।
- समस्या हल करने का सामर्थ्य प्राप्त करने में बच्चों द्वारा सीखी गई संकल्पना और कौशलों को एकत्रित करना।
- गणितीय विवेचन में संबद्ध प्रक्रियाओं का विश्लेषण तथा रचना करना।
- गणित और दैनिक जीवन के अनुभवों के बीच तथा संपूर्ण पाठ्यचर्या के बीच कड़ी (तालमेल) स्थापित करना।



कक्षा 9

सीखने-सिखाने की प्रक्रिया	सीखने के प्रतिफल
<p>विद्यार्थियों को व्यक्तिगत रूप से या समूहों में अवसर प्रदान किए जा सकते हैं और उन्हें प्रोत्साहित किया जा सकता है कि वे—</p> <ul style="list-style-type: none"> वास्तविक संख्याओं के साथ कार्य करें तथा पिछले कक्षा में अध्ययन की गई संख्याओं की संकल्पना को सुदृढ़ बनाएँ। ऐसे कुछ अवसर ये हो सकते हैं— <ul style="list-style-type: none"> वास्तविक संख्याओं का अवलोकन करना तथा उनकी चर्चा करना। पहले अध्ययन की गई विभिन्न गणितीय संकल्पनाओं में संबद्ध प्रक्रियाओं का स्मरण करना और उनका अवलोकन करना तथा वे स्थितियाँ ज्ञात करना, जिनमें इनके सम्मुख अपरिमेय संख्याएँ आती हैं। उदाहरण के लिए वर्ग के विकर्ण की लंबाई जैसे कि 2 इकाई ज्ञात करना अथवा एक दी हुई त्रिज्या वाले वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात करना इत्यादि। पिछली कक्षाओं में अर्जित किए गए संख्याओं के ज्ञान के आधार पर विभिन्न विधियों की खोज द्वारा विभिन्न प्रकार की संख्याओं के गुणों का अवलोकन करना, जैसे कि संख्याओं की सघनता। इनमें से एक विधि उन्हें संख्या रेखा पर निरूपित करना हो सकती है। निम्नलिखित को सहज या सुगम बनाना— <ul style="list-style-type: none"> विभिन्न स्थितियों में 2, $2^{1/2}$, $2^{3/2}$, $2^{5/2}$ इत्यादि जैसी संख्याओं को आरोही (या अवरोही) क्रम में एक दी हुई समय सीमा में व्यवस्थित करना या यह बताना कि $\sqrt{17}$, $\sqrt{23}$, $\sqrt{59}$, $-\sqrt{2}$ इत्यादि जैसी संख्या किन दो संख्याओं के बीच स्थित है। कारखानों के लिए प्रासंगिक बहुपद परिणाम लागू करें। एक या दो चर में रैखिक समीकरणों के आरेखों की तुलना करें और उन्हें आरेखित करें। 	<p>विद्यार्थी—</p> <ul style="list-style-type: none"> वास्तविक संख्याओं को वर्गीकृत करने, उनके गुणों को सिद्ध करने और विभिन्न स्थितियों में उनका उपयोग करने के लिए तार्किक तर्क का उपयोग करता है। बीजीय व्यंजकों के बीच बहुपद को पहचानता/वर्गीकृत करता है और उचित बीजीय सर्वसमिकाओं को लागू करके उन्हें विभक्त करता है। एक/दो चर में रेखीय समीकरण के बीजगणितीय और ज्यामितीय निरूपण में संबंध ज्ञात करता है और दैनिक जीवन की स्थितियों में अवधारणाओं का अनुप्रयोग करता है। विभिन्न ज्यामितीय आकृतियों के बीच समानता और अंतर की पहचान करता है। ज्यामितीय अवधारणाओं, जैसे— समानांतर रेखाओं, त्रिभुजों, चतुर्भुजों, वृत्तों आदि से गणितीय कथनों के प्रमाण ज्ञात करता है और उनका उपयोग करके समस्याओं को हल करता है। उपयुक्त सूत्रों को लागू करके सभी प्रकार के त्रिभुजों के क्षेत्रफलों को ज्ञात करता है। अलग-अलग ज्यामितीय आकृतियों, जैसे कि— रेखाखंडों के तथा कोणों के समद्विभाजक और त्रिकोणों को दिए गए प्रतिबंधों के तहत निर्माण करता है। निर्माण की प्रक्रियाओं के लिए कारण प्रदान करता है।



- अभिगृहीतों तथा अभिधारणाओं का उपयोग करते हुए गणितीय कथनों की उपपत्तियों की चर्चा करें।
- ज्यामिति से संबंधित निम्नलिखित खेलों के खेलने के लिए प्रोत्साहन दें—
 - यदि एक समूह कहता है कि यदि बराबर को बराबर से जोड़ा जाए तो परिणाम बराबर होते हैं। अन्य, समूह को इस प्रकार के उदाहरण प्रदान करने के लिए प्रोत्साहित किया जा सकता है, यदि $a = b$ है, तो $a + 3 = b + 3$ होता है। एक अन्य समूह इसे और आगे बढ़ाकर $a + 3 + 5 = b + 3 + 5$ कर सकता है।
 - अपने आस-पास (परिवेश) की विभिन्न वस्तुओं को देखकर एक समूह ज्यामितीय आकारों, जैसे— रेखाएँ, किरण कोण, समांतर रेखाएँ, लंब रेखाएँ, सर्वांगसम आकारों, असर्वांगसम आकारों इत्यादि के संदर्भ में समानता ज्ञात कर सकता है तथा दूसरा समूह उनमें अंतर ज्ञात कर सकता है तथा यह समूह अपने-अपने अन्वेषण के तार्किक रूप से औचित्य बता सकते हैं।
 - मॉडल का उपयोग करके बीजीय पहचान के साथ काम करें और परिचित सन्दर्भों में बीजीय पहचान के उपयोग का पता लगाएँ।
- समूहों में त्रिभुजों के गुणों के बारे में तथा विभिन्न शर्तों के अंतर्गत त्रिभुजों, रेखाखंडों के समद्विभाजक कोण और उसके समद्विभाजक जैसे ज्यामितीय आकारों की रचना करने के बारे में चर्चा करें।
- किसी तल में एक बिंदु को ज्ञात करें और उसकी स्थिति को निर्धारित करने की विधियों तथा उससे संबंधित विभिन्न गुणों की चर्चा करें।
- किसी सर्वे में व्यस्त रखें तथा डेटा को बार ग्राफ़, हिस्टोग्राम (असमान आधार, लंबाइयों वाले भी) तथा बारंबारता बहुभुजों जैसी विभिन्न चित्रात्मक विधियों द्वारा निरूपित करने की चर्चा करें।
- उनके परिवेश से आँकड़ों को संग्रहित करना तथा माध्य, बहुलक या माध्यिका जैसी केंद्रीय प्रवृत्तियों का परिकलन करें।
- उपयुक्त सूत्र को लागू करके सभी प्रकार के त्रिभुजों का क्षेत्रफल ज्ञात करें और उन्हें वास्तविक जीवन की स्थितियों में लागू करें।
- एक कार्तीय समतल में बिंदुओं का पता लगाने के लिए कार्यनीतियाँ विकसित करता है।
- दैनिक जीवन की स्थितियों को पहचान कर उन्हें वर्गीकृत करता है तथा जिनमें माध्य, बहुलक और माध्यिका का उपयोग किया जा सकता है।
- विभिन्न रूपों, जैसे— सारणीबद्ध रूप (समूहीकृत या अनियंत्रित), बार ग्राफ़, हिस्टोग्राम (समान और अलग-अलग चौड़ाई एवं लंबाई के साथ) निरूपण, बारंबारता करके आँकड़ों का विश्लेषण करता है।
- प्रयोगों के माध्यम से अनुभवजन्य संभावना की गणना करता है।
- घन, घनाभ, लंब, वृत्तीय, बेलन/शंकु, गोला और अर्ध गोले जैसी विभिन्न ठोस वस्तुओं के पृष्ठीय क्षेत्रफलों और आयतनों के लिए सूत्र प्राप्त करता है और उन्हें परिवेश में पाई जाने वाली वस्तुओं पर लागू करता है।
- उन समस्याओं को हल करता है, जो बच्चे के परिचित संदर्भ में नहीं हैं। इन समस्याओं में उन स्थितियों को शामिल किया जाना चाहिए, जिनके बारे में बच्चा पहले से नहीं जानता है।



- दैनिक जीवन की स्थितियों से ठोस वस्तुओं के अभिलक्षणों की खोज करना तथा उन्हें घनों, घनाभों, बेलनों इत्यादि के रूप में पहचानें।
- एक पासा फेंकने, एक सिक्का उछालने इत्यादि से संबंधित खेल खेलना तथा उनके घटित होने के संयोग ज्ञात करें।
- विभिन्न संख्याओं के लिए प्राथमिकताएँ निरूपित करने की स्थितियों का संग्रह करने की एक परियोजना बनाएँ।
- जियोज़ेब्रा और अन्य आईसीटी उपकरणों का उपयोग करके अवधारणाओं की कल्पना करें।



कक्षा 10 गणित

सीखने-सिखाने की प्रक्रिया	सीखने के प्रतिफल
<p>विद्यार्थियों को व्यक्तिगत रूप से या समूह में अवसर प्रदान किए जा सकते हैं और उन्हें प्रोत्साहित किया जा सकता है कि वे—</p> <ul style="list-style-type: none"> बड़ी संख्याओं का लघुत्तम समापवर्त्यक (LCM) और महत्तम समापवर्त्यक (HCF) ज्ञात करने की पहले अध्ययन की गई विधियों का व्यापक रूप में विस्तार करें। बहुपदों के विभिन्न पहलुओं, जैसे— उनकी घात, प्रकार (रैखिक, द्विघात, त्रिघात) शून्यक इत्यादि, उनके चित्रीय निरूपणों और उनके शून्यकों बीच संबंधों की चर्चा करें। एक खेल खेलना, जिसमें किसी बहुपद के गुणनखंड करना तथा गुणनखंडों में से एक का उपयोग करते हुए नया बहुपद बनाना शामिल होता है। उदाहरण के लिए एक समूह, मान लीजिए $x^3 - 2x^2 - x - 2$ के गुणनखंड करता है तथा उसके गुणनखंडों में से एक गुणनखंड का उपयोग करते हुए एक अन्य बहुपद की रचना की जाती है। जिसके, दूसरे समूह द्वारा प्रक्रिया को जारी रखते हुए, आगे गुणनखंड किए जाते हैं। विभिन्न पहलुओं के माध्यम से वास्तविक जीवन की समस्याओं को हल करने के लिए द्विघात समीकरणों का उपयोग करें जैसे— एक पूर्व वर्ग, द्विघात सूत्र आदि। निम्नलिखित प्रकार की गतिविधियों में विद्यार्थियों को व्यस्त रखते हुए, रैखिक समीकरणों के विभिन्न पक्षों की चर्चा करें। <ul style="list-style-type: none"> एक समूह, दूसरे समूह से किसी विशेष संख्या-प्रणाली अर्थात् प्राकृत संख्याओं/वे संख्याएँ जो पूर्णांक नहीं हैं इत्यादि गुणांकों वाली दो चरों में रैखिक समीकरण बनाने के लिए कह सकता है। किसी रैखिक समीकरण को 1D या 2D में आरेखीय निरूपण करना तथा उनकी प्रकृति में अंतर स्पष्ट करने का प्रयास करना। विद्यार्थियों को सर्वसमिकाओं और समीकरणों का अवलोकन करने तथा उन्हें अलग करने के लिए प्रोत्साहित करें। 	<p>विद्यार्थी—</p> <ul style="list-style-type: none"> पहले अध्ययन की गई संख्याओं के गुणों और उनके बीच संबंधों को यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म, अंकगणित की मूलभूत प्रमेय जैसे परिणामों को विकसित करता है तथा इसमें दैनिक जीवन के संदर्भों से संबंधित समस्याओं को हल करने में उनका अनुप्रयोग करता है। किसी बहुपद के शून्यकों को ज्ञात करने की बीजीय और ज्यामितीय विधियों के बीच संबंध विकसित करता है। आलेखीय विधि तथा विभिन्न बीजीय विधियों का उपयोग करते हुए, दो चरों वाले रैखिक समीकरणों के युग्मों के हल ज्ञात करता है। किसी द्विघात समीकरण के मूल ज्ञात करने की युक्तियों तथा उसके मूलों (roots) की प्रकृति निर्धारित करने की विधि को प्रदर्शित करता है। दैनिक जीवन की स्थितियों में ए.पी. की संकल्पना का अनुप्रयोग करने की युक्तियों को विकसित करता है। सर्वांगसम आकृतियों तथा समरूप आकृतियों में भेद बताने के लिए विधियों का निर्माण करता है। पहले से स्थापित विभिन्न ज्यामितीय मानदंडों और परिणामों, जैसे— आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय, इत्यादि का उपयोग करते हुए दो त्रिभुजों की समरूपता के लिए गुणों को स्थापित करता है। एक कार्तीय समतल के संदर्भ में ज्यामितीय आकारों के लिए संबंध व्यक्त करता है, जैसे कि दो दिए हुए सभी बिंदुओं के बीच की दूरी ज्ञात करना, दिए गए बिंदुओं के बीच स्थित बिंदु के निर्देशांक ज्ञात करना इत्यादि। एक दिए हुए न्यूनकोण (एक समकोण के) के साथ सभी त्रिकोणमितीय अनुपात निर्धारित करता है तथा उनका उपयोग दैनिक जीवन के संदर्भ की समस्याओं, जैसे विभिन्न संरचनाओं की ऊँचाईयाँ या इनसे दूरी ज्ञात करने में करता है।



- रैखिक समीकरणों के विभिन्न पक्षों को चित्रित (विज़ुअलाइज) करने के लिए आलेख बनाने की विधियों का उपयोग करें, जैसे दो चरों वाली रैखिक समीकरणों का चित्रण अथवा उनके हल ज्ञात करना।
- अपने दैनिक जीवन की स्थितियों में यह जाँच करने के लिए पैटर्नों का अवलोकन करें और उनका विश्लेषण करें कि इनमें अंकगणितीय प्रगति होती है और यदि होती है तो, उनके n वें पद तथा n पदों के योग के लिए नियम ज्ञात करें। ये स्थितियाँ हमारी बचत/जब खर्च तथा साँप और सीढ़ी इत्यादि जैसे खेल में हो सकती हैं।
- विभिन्न ज्यामितीय आकारों, चार्ट, कागज़ मोड़ने की प्रक्रिया से बने मॉडलों का विश्लेषण करें और उनकी तुलना करें तथा उनकी समरूपता और सर्वांगसमता के बारे में बताएँ।
- समूहों में ऐसी विभिन्न स्थितियों की चर्चा करें, जैसे— मानचित्रों की रचना इत्यादि जिनमें त्रिकोणमिति की संकल्पनाओं का उपयोग होता है।
- ऊँचाइयों और दूरियों से संबंधित ऐसी परियोजना में कार्य करें, जिनमें ऐसी स्थितियाँ में सम्मिलित हों कि किसी भवन के शीर्ष का उन्नयन कोण मापने तथा स्वयं की उस भवन से दूरी मापने की विधियाँ विकसित करनी पड़े।
- एक त्रिकोणमितीय अनुपात के एक दिए हुए मान के लिए, विभिन्न त्रिकोणमिति अनुपातों के मान को ज्ञात करने के लिए विधियाँ विकसित करें।
- परिवेश में ऐसे आकारों का अवलोकन करें जो अब तक अध्ययन किये गए आकारों, जैसे— शंकु, बेलन, घन, घनाभ, गोला, अर्धगोला इत्यादि का संयोजन हों। वे समूहों में कार्य कर सकते हैं तथा इन संयोजित आकारों के विभिन्न पक्षों के लिए सूत्र प्रदान कर सकते हैं।
- अपने आस-पास की विभिन्न सामग्री, वस्तुओं, डिज़ाइनों का क्षेत्रफल निर्धारित करें। उदाहरण के लिए, रुमाल पर डिज़ाइन, फ़र्श की टाइलों की डिज़ाइन, ज्यामिति बॉक्स इत्यादि।
- वृत्त की स्पर्श रेखा से संबंधित प्रमेयों के प्रमाण निकालना।
- एक दिए हुए स्केल गुणक के अनुसार एक दिए गए त्रिभुज के समरूप त्रिभुज की रचना करता है।
- किसी वृत्त के बाहरी बिंदु से स्पर्श रेखाओं के एक युग्म की तथा इसमें प्रयुक्त प्रक्रिया का औचित्य बताता है।
- ज्यामितीय रचनाओं के चरणों की जाँच करता है तथा प्रत्येक चरण के लिए कारण बताता है।
- आस-पास (परिवेश) की वस्तुओं की कल्पना विभिन्न ठोस आकारों के संयोजन के रूप में करते हुए पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन ज्ञात करता है, जैसे कि बेलन और शंकु, बेलन और अर्धवृत्त, विभिन्न घनों का संयोजन इत्यादि।
- दैनिक जीवन के संदर्भों से संबंधित आंकड़ों के लिए विभिन्न समुच्चयों के माध्य, माध्यक और बहुलांक पर परिकलित करता है।
- किसी घटना की प्रायिकता निर्धारित करता है।
- दैनिक जीवन की समस्याओं को हल करने में अवधारणा को लागू करता है।



- विभिन्न वस्तुओं के सतही क्षेत्रों और आयतनों से संबंधित स्थितियों पर चर्चा और विश्लेषण करें, जैसे कि (क) विभिन्न विमाओं वाले एक विशेष आकार के दो बक्से के दिए होने पर, यदि एक बक्से को ठीक दूसरे प्रकार के बक्से के रूप में ही बदलना है तो कौन सी विशेषता बदलेगी, पृष्ठीय क्षेत्रफल का आयतन? (ख) एक बक्से की प्रत्येक विमा में कितने प्रतिशत का बदलाव किया जाएगा, जिससे वह एक दूसरे बक्से के समान हो जाएगा?
- सरल गतिविधियों के माध्यम से विभिन्न घटनाओं के होने की संभावना पर चर्चा और विश्लेषण करें, जैसे कि सिक्का उछालना, दो पासे एक साथ फेंकना, ताश के 52 पत्तों में से डेक का एक कार्ड उठाना आदि।
- पिछली कक्षाओं में अध्ययन किए गए माध्य, माध्यक और बहुलांक के सूत्रों को इन केंद्रीय प्रवृत्तियों के लिए स्थितियाँ प्रदान कर सामान्यीकृत करें।
- अपने आस-पास के परिवेश से डेटा एकत्रित करें और इन से केंद्रीय प्रवृत्तियों की गणना करें।
- किसी वृत्त के बाहरी बिंदु से स्पर्श रेखा खींचें तथा ऐसे बिंदु से स्पर्श रेखा खींचें जो वृत्त के अंदर स्थित है। इस प्रकार उन्हें स्पर्श रेखाओं के गुणों को सत्यापित करने के लिए विभिन्न विधियाँ खोजने के लिए प्रोत्साहन मिलेगा।

एक समावेशी व्यवस्था में सुझाई गई शैक्षणिक प्रक्रियाएँ

विशेष आवश्यकता वाले बच्चों को कक्षा के अन्य बच्चों के साथ लेकर चलना चाहिए तथा उपरोक्त अधिगम उद्देश्यों को ध्यान में रखते हुए, इसी प्रकार के अन्य उपयुक्त क्रियाकलापों को डिजाइन किया जा सकता है। अध्यापक को बच्चे की विशेष समस्या को ध्यान में रखना चाहिए तथा शिक्षण-अधिगम प्रक्रिया के लिए वैकल्पिक युक्तियों की योजना बनानी चाहिए।

कक्षा-कक्ष में एक स्वस्थ समावेशी वातावरण, सभी विद्यार्थियों को समान अवसर प्रदान करता है, चाहे वह अधिगम कठिनाइयों वाले हो या बिना अधिगम कठिनाइयों वाले हों। जिन उपायों को अपनाने की आवश्यकता है, वे निम्नलिखित हैं—

- समूह में गतिविधियों के माध्यम से प्रक्रिया कौशल विकसित करना तथा उत्प्रेरकता के लिए आईसीटी का उपयोग करना, बार-बार अभ्यास कराना तथा मूल्यांकन करना।
- विद्यार्थी के उत्तरों का संज्ञान लेते हुए, विभिन्न विधियों के माध्यम से अधिगम प्रक्रिया का आकलन करना।
- विभिन्न विधियों तथा संबद्धता स्तरों के माध्यम से बच्चे की बहुविकल्पीय गतिविधियों में व्यस्तता का अवलोकन करना।



- शिक्षाशास्त्र से संबंधित प्रक्रिया तथा अधिगम प्रगति के लिए नक्काशी वाले आरेखों का उपयोग करना।
- अवलोकनों और खोजने में अनुकूल उपकरणों (बड़ी प्रिंट सामग्री, सरल सामग्री, अधिक चित्र और उदाहरण इत्यादि) का उपयोग करते हुए (उदाहरण के लिए— दृश्य प्रदर्शन यंत्रों में श्रवण संबंधी उपकरण होने चाहिये) और श्रवण संबंधी यंत्रों में दृश्य संबंधी उपकरण) शिक्षण-प्रशिक्षण प्रक्रिया।
- अवलोकनों और खोजने में अनुकूल उपकरणों का उपयोग करना (उदाहरण के लिए— विज्ञुअल (दृश्य) यंत्रों में श्रवण संबंधी आउटपुट होने चाहिए और श्रवण संबंधी यंत्रों में दृश्य संबंधी उपकरण)।
- उन बच्चों से उत्तरों को प्राप्त करने के लिए बहुविकल्पीय प्रश्नों का उपयोग करना, जिन्हें लिखने में कठिनाई अनुभव होती है अथवा मौखिक रूप से स्पष्ट नहीं कर पाते हैं।

